

Inéquations Nonlinéaires

Étapes: - factoriser l'expression en des termes de type $ax+b$
 - Table de signes.

Ex 1: Résoudre $\frac{2x-1}{x+5} \geq 0$.

x	$-\infty$	-5	$\frac{1}{2}$	$+\infty$
$2x-1$	-	-	0	+
$x+5$	-	+	+	+
$\frac{2x-1}{x+5}$	+	-	0	+

$$\frac{2x-1}{x+5} \geq 0 \Leftrightarrow x \in (-\infty, -5) \cup [\frac{1}{2}, +\infty).$$

$$\frac{2x-1}{x+5} < 0 \Leftrightarrow x \in (-5, \frac{1}{2})$$

$$\begin{aligned} \bullet 2x-1 > 0 &\Leftrightarrow 2x > 1 \\ &\Leftrightarrow x > \frac{1}{2} \end{aligned}$$

$$\bullet x+5 > 0 \Leftrightarrow x > -5$$

Ex: Résoudre $\frac{(2x-1)^{\frac{1}{3}} (-4x+1)^2}{(x+5)^3 (x^2+7)} \geq 0$

$$\bullet (2x-1)^{\frac{1}{3}} \geq 0 \Leftrightarrow 2x-1 \geq 0$$

$$\bullet \frac{(2x-1)^{\frac{1}{3}} (-4x+1)^2}{(x+5)^3 (x^2+7)} = \frac{(2x-1)^{\frac{1}{3}}}{(x+5)} \cdot \frac{(-4x+1)^2}{(x+5)^2 (x^2+7)}$$

$$\bullet (-4x+1)^2 \geq 0 \text{ et } (-4x+1)^2 = 0 \Leftrightarrow x = \frac{1}{4}$$

$$\bullet (x+5)^2 \geq 0 \text{ pour } x \neq -5$$

$$\bullet x^2+7 > 0 \text{ pour tout } x$$

x	$-\infty$	-5	$\frac{1}{4}$	$\frac{1}{2}$	$+\infty$
$(2x-1)^{\frac{1}{3}}$	-	-	-	0	+
$(x+5)$	-	+	+	+	+
$F(x)$	+	-	0	-	+

Solutions sont: $x \in (-\infty, -5) \cup \{\frac{1}{4}\} \cup [\frac{1}{2}, +\infty)$.

Ex Résoudre $F(x) < 0$.

L'ensemble des solutions serait:

$$S = (-5, \frac{1}{4}) \cup (\frac{1}{2}, \frac{1}{2})$$