Factorisation d'un polynôme

- mettre l'expression en produit de facteurs simples
- Identités remarquables : $a^2 - b^2 = (a+b)(a-b)$

$$a^2 + 2ab + b^2 = (a+b)^2$$
$$a^2 - 2ab + b^2 = (a-b)^2$$
$$a^3 + b^3 = (a+b)(a^2 + ab + b^2)$$
$$a^3 - b^3 = (a-b)(a^2 - ab + b^2)$$

① Trouver le plus grand facteur commun

$y^2 (y-1)^4$ et $(5y^6)(y-1)^2$.

Réponse : $y^2 (y-1)^2$

② Factoriser : $x^3 - 27 = x^3 - 3^3$.

$= (x-3)(x^2 - 3x + 9)$

Résoudre : $x^2 - 3x + 9 = 0$.

$\Delta = (-3)^2 - 4(9) = 9 - 36 < 0$

③ Factoriser :

$3x^3 + 5x^2 - 6x - 10$

$= x^2(3x+5) - 2(3x+5)$

$= (3x+5)(x^2 - 2)$

$= (3x+5)(x^2 - (\sqrt{2})^2)$.

$= (3x+5)(x+\sqrt{2})(x-\sqrt{2})$

④ $4x^2 - 4x + 1$.

1^re method : $\Delta = (-4)^2 - 4(4)(1) = 0 \rightarrow x_0 = \frac{-(-4)}{2 \times 4} = \frac{1}{2}$.

$4x^2 - 4x + 1 = 4\left(x - \frac{1}{2}\right)^2$.

2^e method : $(2x)^2 - 2(2x)(1) + 1^2 = (2x-1)^2$.

⑤ $2(x+8)^2 + 5(x+8) - 3$. Posons $t = x+8$.

$= 2t^2 + 5t - 3$. $\Delta = 25 - 4(2)(-3) = 49 = 7^2$

$= 2\left(t - \frac{1}{2}\right)(t+3)$. $t_1 = \frac{-5+7}{4} = \frac{1}{2}$

$= (2t-1)(t+3)$. $t_2 = \frac{-5-7}{4} = -3$.

$= (2x+15)(x+11)$.