# Expressions irrationelles

$$\sqrt[n]{a} = a^{1/n}$$

$$\sqrt[n]{ab} = (ab)^{1/n} = a^{1/n} \cdot b^{1/n} = \sqrt[n]{a} \cdot \sqrt[n]{b}.$$

$$\sqrt[n]{\frac{a}{b}} = \left(\frac{a}{b}\right)^{1/n} = \frac{a^{1/n}}{b^{1/n}} = \frac{\sqrt[n]{a}}{\sqrt[n]{b}}$$

$$\sqrt[n]{\sqrt[m]{a}} = \left(\sqrt[m]{a}\right)^{1/n} = \left(a^{1/m}\right)^{1/n} = a^{\frac{1}{m}\cdot\frac{1}{n}} = a^{\frac{1}{mn}} = \sqrt[mn]{a}.$$

$$A^2 - B^2 = (A-B)(A+B)$$

$$A^3 - B^3 = (A-B)(A^2 + AB + B^2)$$

$$A^3 + B^3 = (A+B)(A^2 - AB + B^2)$$

L'expression conjuguée de $a+b$ est $a-b$.

(usage : rationaliser une expression avec radical).

Ex : Rationaliser le numérateur :

- $\sqrt{\frac{17}{x}} = \frac{\sqrt{17}}{\sqrt{x}} = \frac{\sqrt{17}\cdot\sqrt{17}}{\sqrt{x}\,\sqrt{17}} = \frac{17}{\sqrt{17x}}.$

- $\sqrt{x^2+31} - x = \frac{\left(\sqrt{x^2+31} - x\right)\left(\sqrt{x^2+31} + x\right)}{1 \times \left(\sqrt{x^2+31} + x\right)}$

$$= \frac{\left(\sqrt{x^2+31}\right)^2 - (x)^2}{\sqrt{x^2+31} + x} = \frac{\cancel{x^2}+31 - \cancel{x^2}}{\sqrt{x^2+31} + x}.$$

$$\left(\sqrt{x^2+31}\right)^2 = \left[\left(x^2+31\right)^{1/2}\right]^2$$

$$= \left(x^2+31\right)^{\frac{1}{2}\times 2}$$

$$= \left(x^2+31\right)^1$$

$$= x^2+31.$$

$$\left(\sqrt{x} - \sqrt{7}\right)\left(\sqrt{x} + \sqrt{7}\right)$$

$$= \left(\sqrt{x}\right)^2 - \left(\sqrt{7}\right)^2$$

$$= x - 7.$$

$$\left(\sqrt{x}\right)^2 - \left(4\sqrt{y}\right)^2$$

$$= x - 16y.$$

Ex. Rationaliser le dénominateur.

- $-2 + \frac{x-7}{6\left(\sqrt{x} - \sqrt{7}\right)} = -2 + \frac{(x-7)\left(\sqrt{x} + \sqrt{7}\right)}{6\left(\sqrt{x} - \sqrt{7}\right)\left(\sqrt{x} + \sqrt{7}\right)}.$

$$= -2 + \frac{\cancel{(x-7)}\left(\sqrt{x} + \sqrt{7}\right)}{6\,\cancel{(x-7)}}.$$

$$= -2 + \frac{\sqrt{x} + \sqrt{7}}{6}.$$

- $\frac{x^2 - 256y^2}{\sqrt{x} - 4\sqrt{y}} = \frac{\left(x^2 - 16^2y^2\right)\left(\sqrt{x} + 4\sqrt{y}\right)}{\left(\sqrt{x} - 4\sqrt{y}\right)\left(\sqrt{x} + 4\sqrt{y}\right)}$

$$= \frac{(x+16y)\cancel{(x-16y)}\left(\sqrt{x} + 4\sqrt{y}\right)}{\cancel{x-16y}} = (x+16y)\left(\sqrt{x} + 4\sqrt{y}\right).$$