Exposants irrationnels

$n \in \{1, 2, \dots\} = \mathbb{N}$.

* Racine $n^{ième}$ de x est définie par :

  - n impair : $x \in \mathbb{R}$.

    $$y = \sqrt[n]{x} = x^{1/n} \iff x = y^n.$$

  - n pair : $x \geq 0$

* $$x^{\frac{m}{n}} = \left(x^{\frac{1}{n}}\right)^m = \left(x^m\right)^{1/n}.$$

$$a^n \cdot a^m = a^{n+m}$$

$$(a \cdot b)^n = a^n \cdot b^n$$

$$\left(a^n\right)^m = a^{n \cdot m}$$

$$a^{-n} = \frac{1}{a^n}$$

① Simplifier :

- $\sqrt[11]{x^{19}} = \left(x^{19}\right)^{1/11} = x^{19 \times \frac{1}{11}} = x^{\frac{19}{11}}$

- $t^{1/4} \cdot t^{-5} = t^{\frac{1}{4} - 5} = t^{\frac{1-20}{4}} = t^{-\frac{19}{4}}$

- $\left(-3y^{-1}\right) \cdot \left(4y^{-4/3}\right) = (-3)(4) \cdot \left(y^{-1} \cdot y^{-4/3}\right)$

  $= -12 \cdot y^{-1-4/3} = -12\, y^{-\frac{3-4}{3}} = -12\, y^{-7/3}$

② Éliminer la puissance négative.

$$\left(x^{-9} y^{-7} z^{18}\right)^{-7/9} = \left(x^{-9}\right)^{-7/9} \cdot \left(y^{-7}\right)^{-7/9} \cdot \left(z^{18}\right)^{-7/9}$$

$$= x^{(-9)(-7/9)} \cdot y^{(-7)(-7/9)} \cdot z^{(18)(-7/9)}$$

$$= x^7 \cdot y^{\frac{49}{9}} \cdot z^{-14}$$

$$= \frac{x^7 \cdot y^{\frac{49}{9}}}{z^{14}}$$